www.miloumaths.tk

مؤسسة العراقي2 للتربية و التعليم **الامتحان التجريبي أبريل 2010**
المادة ؛ الرياضيات المدة(3ساعات) **مراكش المنارة**

يسمح باستعمال الآلة الحاسبة الغير قابلة للبرمجة

تمرين 1 (4.5نقطة)

نعتبر الحدودية : $P(z)=z^3+4\sqrt{3}z^2+16z+8\sqrt{3}$; $z\in\mathbb{C}$

1) أ - بين أن المعادلة $P\left(-2\sqrt{3}\right)=0$ 0.25

ب - حدد العددان الحقيقيان a و b بحيث $P(z)=\left(z+2\sqrt{3}\right)\left(z^2+az+b\right)$; $\forall z\in\mathbb{C}$. 0.25

2) أ - حل في $\mathbb{C}$ المعادلة $\left(z^2+2\sqrt{3}z+4=0\right)$:ثم استنتج حل المعادلة $(E):P(z)=0$ 01

ب - أكتب حلول المعادلة $(E):P(z)=0$ على الشكل المثلثي 0.75

3) في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم $\left(O,\vec{u},\vec{v}\right)$ ، نعتبر النقط A و B و C

التي أ لحقاها على التوالي.هي $z_A=-2\sqrt{3}$ و $z_B=-\sqrt{3}-i$ $z_C=-\sqrt{3}+i$

أ – أنشئ النقط A و B و C (لاحظ أن $z_A=z_B+z_C$) 0.75

ب – ليكن R الدوران الذي مركزه O ويحول C إلى B حدد زاوية الدوران R ثم استنتج طبيعة المثلث OCB 0.5

ج- ليكن h التحاكي الذي نسبته $\frac{1}{2}$ و مركزه O 0.5

حدد z_I لحق النقطة I صورة النقطة A بالتحاكي h

د - تحقق أن I هي منتصف القطعة $[CB]$ واستنتج أن الرباعي $OBAC$ معين 0.5

تمرين 2 (4.5نقط)

صندوق U_1 يحتوى على كرتين لونهما أبيض و أربع كرات سوداء وصندوق U_2 يحتوى على ثلاث كرات بيضاء و كرة سوداء

1) – نسحب عشوائيا و ثآنيا كرتين من الصندوق U_1 وليكن X المتغير العشوائي المرتبط بعدد الكرات البيضاء المتبقية في الصندوق U_1

حدد مجموعة قيم X ثم حدد قانون احتمال X 1.

2) – نسحب عشوائيا و ثآنيا كرتين من الصندوق U_1 وكرة واحدة من الصندوق U_2

نعتبر الأحداث التالية A (الحصول على كرات بيضاء)

B (الحصول على كرات لها نفس اللون)

C (الحصول على كرات سوداء)

أ – هل الحدثين A و C منسجمين؟ (علل جوابك) 0.25

ب – بين أن $p(A)=\frac{1}{20}$ ثم أحسب $p(B)$ و $p(A\cap B)$ 0.75

ج –هل الحدثين A و B مستقلين ؟ (علل جوابك) 0.5

3) نعيد الاختبار السابق(السؤال 2) أربع مرات متتابعة بعد إعادة الكرات بعد كل سحبة إلى صندوقها الأصلي

ليكن Y المتغير العشوائي المرتبط بعدد مرات تحقق الحدث A

أ – حدد قانون احتمال Y 01

ب- أحسب $E(Y)$ و $V(Y)$ و $\sigma(Y)$ (لاحظ أن Y متغير عشوائي حداني) 01

مسألة(11نقطة)

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي :

$$\begin{cases} f(x)=x+3e^{-x}-e^{-2x}, x\succ 0 \\ f(x)=2+x+\ln(1-x), x\le 0 \end{cases}$$

وليكن (C) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم.

يسمح باستعمال الآلة الحاسبة الغير قابلة للبرمجة

0.5 1) - بين أن f متصلة في $x_0 = 0$

0.5 2) أ - بين أن $\forall x \in]0,+\infty[: \frac{f(x)-2}{x} = 1 - 3\frac{e^{-x}-1}{-x} + 2\frac{e^{-2x}-1}{-2x}$

وأن $\forall x \in]-\infty,0[: \frac{f(x)-2}{x} = 1 - \frac{\ln(1-x)}{-x}$

0.5 ب- استنتج أن f قابلة للاشتقاق في $x_0 = 0$ وأن $f'(0) = 0$

0.5 3) أ- بين أن $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$ وأن $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$

0.5 ب- بين أن المنحنى (C) يقبل فرعا شلجمياتجاهه المستقيم ذو المعادلة $D:(y=x)$ بجوار $-\infty$

0.5 ج – بين أن المستقيم ذو المعادلة $D:(y=x)$ مقارب مائل للمنحنى (C) بجوار $+\infty$

0.5 د – بين أن $\forall x \in]0,+\infty[: f(x) \succ x$

واستنتج الوضع النسبي للمنحنى (C) والمستقيم $D:(y=x)$ على المجال $]0,+\infty[$

01 4) أ-بين أن

$$\begin{cases} f'(x) = \dfrac{(e^x-1)(e^x-2)}{e^{2x}} & , \quad x \succ 0 \\ f'(x) = \dfrac{x}{x-1} , & x \prec 0 \end{cases}$$

0.5 ب- استنتج أن الدالة f تزايدية قطعا على المجالين $]-\infty,0[$ و $]\ln 2,+\infty[$

وأن الدالة f تناقصية قطعا على المجال $]0,\ln 2[$

0.5 ج - أعط جدول تغيرات الدالة f

0.5 5)-بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $[-3,-4]$

01 6)- أنشئ المنحنى (C)

7)-لتكن g قصور الدالة f على المجال $]-\infty,0]$

0.5 أ- بين أن g تقبل دالة عكسية g^{-1} محددا مجموعة تعريفها

0.5 ب- بين أن $\left(g^{-1}\right)'(0) = \frac{\alpha-1}{\alpha}$

0.5 8)- أ– باستعمال مكاملة بالأجزاء بين أن $\int_{-1}^{0} \ln(1-x)dx = 2\ln 2 - 1$

0.5 ب- أحسب التكاملين $I = \int_{-1}^{0} (f(x)-x)dx$ و $J = \int_{0}^{1} (f(x)-x)dx$

0.5 ج- باستعمال علاقة شال استنتج مساحة الحيز (Δ) المحصور بين (C) والمستقيمات $(y=x)$ و $(x=1)$و $(x=-1)$

9- نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة بما يلي : $\begin{cases} u_0 = 1 \\ \forall n \in \mathbb{N},\ u_{n+1} = f(u_n) \end{cases}$

0.5 أ - بين بالترجع أن ؛ $0 \prec u_n$ لكل n من $\mathbb{N}$.

0.5 ب - بين أن (u_n) تزايدية (يمكنك استعمال السؤال 3- د الجزء الأول)

0.5 ج - هل المتتالية (u_n) متقاربة (علل جوابك)